

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК



**5-ая МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ  
ШКОЛА МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ**

Москва, ИПМех РАН, 25-28 ноября 2014

# **Волны и вихри в сложных средах**

МАТЕРИАЛЫ ШКОЛЫ



ФГБУН Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

Москва 2014

*FUNDAMENTAL AND ENVIRONMENTAL FLUID MECHANICS*



5-я Международная научная  
школа молодых ученых

**ВОЛНЫ И ВИХРИ  
В СЛОЖНЫХ СРЕДАХ**

*Москва, 25–28 ноября 2014*

# **WAVES AND VORTICES IN COMPLEX MEDIA**

*PROCEEDINGS OF  
5-th INTERNATIONAL SCIENTIFIC SCHOOL  
OF YOUNG SCIENTISTS*

*Moscow, November 25–28, 2014*



---

Moscow – 2014

УДК 532  
ББК 22.2  
В67

**Волны и вихри в сложных средах:** 5-я Международная научная школа молодых ученых; 25–28 ноября 2014 г., Москва: Сборник материалов школы. – М.: МАКС Пресс, 2014. – 240 с.

ISBN 978-5-317-04861-7

Материалы 5-ой международной научной школы молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах», посвященной обсуждению результатов работы по программе ОЭ 13 ОЭММПУ РАН, а также фундаментальных и прикладных проблем механики жидкостей в природных и техногенных системах.

*Ключевые слова:* волны, вихри, математическое и лабораторное моделирование, неоднородные жидкости, течения в сложных средах.

УДК 532  
ББК 22.2

**Waves and Vortices in Complex Media:** 5-th International Scientific School of Young Scientists; November 25–28, 2014, Moscow. – М.: MAKS Press, 2014. – 240 p.

Proceedings of the 5-th international scientific school of young scientists «Waves and vortices in complex media» dedicated to the discussion of the results achieved during the realization of the OE 13 program of OEMMPG RAS and fundamental and applied problems in fluid mechanics of the environmental and technological systems.

*Key words:* waves, vortices, mathematical and laboratory modelling, inhomogeneous fluids, fluxes in complex media.

ISBN 978-5-317-04861-7 © Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, 2014

## ОРГАНИЗАТОРЫ ШКОЛЫ:

Отделение энергетики, машиностроения, механики и процессов управления Российской академии наук

Федеральные государственные бюджетные учреждения науки Российской академии наук:

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского

Институт математики им. В.А. Стеклова

## ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ:

ак. А.Г. Куликовский (председатель), чл.-корр. РАН Д.А. Губайдуллин (зам. председателя), чл.-корр. НАН Украины В.И. Никишов, проф. А.Ф. Пшеничников, чл.-корр. РАН В.В. Пухначев, проф. В.М. Сомников, проф. С.Ф. Урманчеев, ак. В.М. Фомин, проф. Ф. Фрони (Франция), к.ф.-м.н. Т.О. Чаплина (уч. секретарь), проф. Ю.Д. Чашечкин (зам. председателя), проф. Ю.Г. Яновский.

## НАУЧНАЯ ПРОГРАММА:

- **Фундаментальные уравнения и конститутивные модели течений сложных сред;**
- **Методы математического и лабораторного моделирования течений сложных сред;**
- **Современная техника эксперимента;**
- **Волны, вихри, когерентные структуры и турбулентность;**
- **Механика неоднородных жидкостей, газожидкостных систем и суспензий во внешних электрических и магнитных полях;**
- **Технические и технологические приложения.**

## СПОНСОРЫ:

Отделение энергетики, машиностроения, механики и процессов управления Российской академии наук

Российский фонд фундаментальных исследований  
(грант № 14-31-10150-мол\_Г)

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского  
Российской академии наук

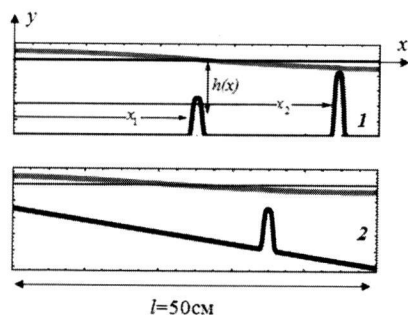
## ВЛИЯНИЕ ТОПОГРАФИИ ДНА НА ВОЛНЫ ФАРАДЕЯ

А.Н. Со<sup>1</sup>, В.А. Калинин<sup>2</sup>, С.В. Нестеров<sup>2</sup>

<sup>1</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана 105005 Москва, Россия, e-mail: kalarlay@mail.ru

<sup>2</sup> Институт проблем механики им. А.Ю. Иилинского РАН, Москва, Россия  
e-mail: kalin@ipmnet.ru

Представлены результаты лабораторных экспериментов по оценке влияния топографии дна на частоты и формы стоячих поверхностных волн в прямоугольном сосуде, колеблющемся в вертикальном направлении. Детально рассмотрен эффект одного и двух возвышений, профилированного по гармоническому закону дна и линейной отмели с возвышением. Экспериментально исследовано смещение резонансной зависимости при изменении положения препятствия на линейном наклонном дне. Для интерпретации данных эксперимента использована основанная на методе ускоренной сходимости математическая модель сейш (длинных стоячих поверхностных волн) в случае резкого возвышения или понижения дна. Тема исследований связана с решением практических задач океанологии и лимнологии, авиационно-космической техники, транспортировки нефтепродуктов морским и наземным транспортом.



Стоячие волны в канале с различной топографией дна:  
1 – два возвышения; 2 – возвышение на линейной отмели.

◆◆◆

## ДОПОЛНЕННАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССОВ ТУРБУЛЕНТНОГО ОБМЕНА ДЛЯ ПРИРОДНОГО ВОДОЕМА

Д.А. Соловьев

Институт океанологии им. П.П. Шириова РАН, Москва, Россия  
e-mail: solovev@ocean.ru

Цель работы – выполнить моделирование процессов турбулентного обмена, с дополнительным использованием имеющихся данных природных измерений, посредством численных экспериментов с использованием одномерной вертикальной математической модели процессов турбулентности в природном водоеме относительно небольшого размера.

Процессы турбулентного перемешивания и обмена играют важную роль в функционировании экосистемы практически всех водоемов на Земле. Интерес к этим про-

цессам вызван тем, что в местах их локализации, происходит интенсивная передача количества движения и тепла, распространение пассивных примесей, перенос взвешенных в толще воды частиц и другие подобные явления [1]. Все это естественно оказывает существенное влияние на формирование и пространственную структуру физических, химических и биологических полей в водоеме [2]. Безусловный интерес представляют исследования процессов водообмена с помощью математических моделей, которые могли бы дополнить и помочь в интерпретации данных проведенных ранее натурных измерений, а так же при анализе различных научных гипотез.

В настоящей работе для моделирования процессов турбулентного обмена в водоеме используется Универсальная Модель Океанской Турбулентности (General Ocean Turbulence Model, сокр. GOTM) [3].

При расчетах для модели водоема использовалась одномерная 2-х параметрическая модель, т.е. модель, основанная на решении уравнений для вторых моментов, в частности уравнений для кинетической энергии турбулентности и уравнений для напряжений Рейнольдса.

В модели используется уравнения Навье-Стокса (уравнения движения вязкой жидкости в поле силы тяжести) осредненные по Рейнольдсу, где все переменные для случайно изменяющихся характеристик потока представлены в виде суммы осредненных и пульсационных составляющих (обозначены апострофом). Уравнения для средней скорости потока  $U$  и средней потенциальной температуры  $T$

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \tau_{ij} - g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} - 2\varepsilon_{ijk} \Omega_j U_k \quad (1)$$

$$\frac{DT}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial x_j} Q_j \quad (2)$$

где  $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U_j \frac{\partial}{\partial x_j}$ ,  $\tau_{ij} = U'_i U'_j$  – напряжение трения Рейнольдса,  $Q$  – поток тепла,

$\varepsilon_{ijk}$  – символ Леви-Чивиты,  $\Omega$  – угловая скорость вращения Земли,  $P$  – давление.

Плотность рассчитывается с помощью упрощенного известного международного уравнения состояния морской воды (3), рекомендованного UNESCO [4]. В уравнении состояния считается, что плотность является функцией только температуры.

$$\rho = \rho_0 (1 + 8,0 \cdot 10^{-5} + 5,88 \cdot 10^{-5} T - 8,11 \cdot 10^{-6} T^2 + 4,77 \cdot 10^{-8} T^3) \quad (3)$$

где  $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

Для замыкания используемой системы уравнений выбран метод, основанный на решении алгебраических уравнений [5].

В работе проводится исследование турбулентных характеристик для озера Вендюрское, которое имеет относительно небольшие размеры по сравнению с крупными озерами (площадь зеркала более 4000 км<sup>2</sup>). Площадь зеркала озера составляет 10,4 км<sup>2</sup>, объем вод ~ 54,8 · 10<sup>6</sup> м<sup>3</sup>. Озеро принадлежит к бассейну водной системы р. Суны – притока Онежского озера. Выбор данного озера обусловлен тем, что оно является типичным представителем класса мелководных озер водно-ледникового происхождения. Стоит отметить, что в последние десятилетия в бассейне р. Суны произошли значительные хозяйственные преобразования, что, несомненно, сказалось на экосистемах большинства водоемов ее водосбора. Озера такого типа широко распространены в умеренной и субполярной зонах России (в Карелии более 20% всех озер), США, Канады и скандинавских стран. Озеро Вендюрское расположено в южной Карелии, в 75 – 80 км к Северу – Западу от Петрозаводска (62°10'-62°20' С.Ш., 33°10'-33°20' В.Д.). Средняя глубина озера составляет около 6 м, максимальная – 13,4 м. Исходным материалом для исследования послужили наблюдения, выполненные с 18 по 22 июля 2003 в

рамках проекта INTAS-01-2132 Института водных проблем Севера Карельского научного центра РАН, глубина станции – 8.4 м, координаты станции (62°13'26" С.Ш. 33°16'60" В.Д.). В качестве начальных и граничных условий при расчетах использовались: экспериментально измеренные значения плотности потока коротковолновой солнечной радиации; напряжения трения ветра  $\tau_w = C_D \rho_a (V)^2$ , где  $C_D$  – коэффициент трения,  $\rho_a$  – плотность воздуха; температуры на поверхности и вблизи дна и толщины квазиоднородного перемешанного слоя.

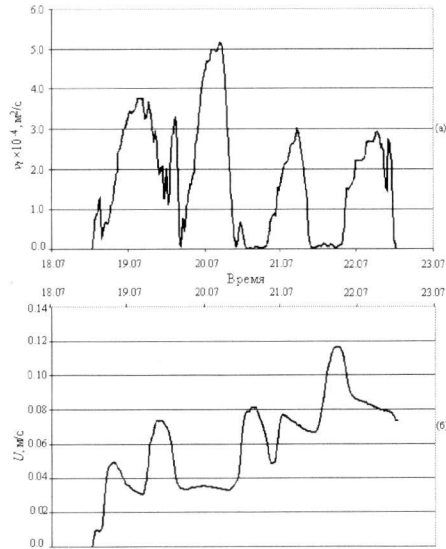


Рис. 1. Динамика изменения коэффициента турбулентной вязкости  $\nu_t$  (а) и средней скорости течения  $U$  (б) в зоне однородно перемешанного слоя (горизонт  $z = 0,55$  м.)

теристик течений, коэффициента турбулентного обмена и скорости диссипации турбулентной энергии может быть в дальнейшем применена при разработке математических моделей циркуляции водных масс, анализе данных натурных измерений, а так же при моделировании процессов отвечающих за изменение состава и качества вод.

Прослеживаемая в ходе сравнения данных численного счета связь, между периодом изменения среднесуточных значений скорости течений и величины коэффициента турбулентного обмена в зоне перемешанного слоя, отражает анизотропный характер формирования турбулентных явлений в этой зоне (рис.1, а, б).

Анализ суточного изменения значений  $\nu_t$  в верхнем однородно перемешанном слое показал, что они обусловлены в первую очередь, флуктуациями средней скорости течения  $U$ , которые в свою очередь напрямую связаны с изменением метеорологических условий и главным образом скорости ветра  $V$ . При увеличении ветровой активности  $\nu_t$  также увеличивается. При этом коэффициент корреляции между этими двумя рядами данных находится в пределах от 0.25 до 0.3.

Ниже однородно перемешанного слоя получены результаты, более характерные для изотропных процессов турбулентного обмена. Эти результаты хорошо согласуются

Данные метеонаблюдений температуры и относительной влажности воздуха вблизи поверхности воды используются для расчета явного и скрытого потоков тепла на границе водоем – атмосфера. Потоки явного и скрытого тепла вычисляются с использованием балк – формул [6].

Расчеты проводятся на вертикальной сетке в декартовой системе координат  $O(x, y, z)$ , составляющей 100 расчетных узлов по глубине водоема  $z$ , с шагом по времени 10 с.

Анализ натурных данных измерений с использованием возможностей моделирования процессов турбулентного обмена в водоеме программной среды GOTM позволяют существенно расширить представления о процессах турбулентного переноса и циркуляции в небольших водоемах, подобных рассматриваемому в данной работе озеру Вендюрское. Используемая в работе методика получения характер

с данными натурных наблюдений [7]. Указанные особенности турбулентного обмена, говорят о том, что распространение примесей и антропогенных загрязнений в области однородно перемешанного слоя будет более интенсивным. Это напрямую может оказывать воздействие на формирование и распределение различных биологических сообществ не только во всей пелагиальной, но и в литоральной области водоема [8].

При численном моделировании турбулентных процессов в водоемах ошибки в задании начальных и граничных условий, а также определении некоторых термодинамических параметров воды могут привести к неадекватному описанию этих процессов. Более широкое использование в модельных расчетах данных натурных измерений в некоторых случаях позволяет избежать таких ситуаций. Возможности программной среды GOTM в полной мере позволяют использовать такой подход. Выполненные расчеты на качественном уровне неплохо воспроизводят суточную и межсуточную изменчивость термогидродинамических полей моделируемого водоема, а также параметров турбулентного обмена. Важно отметить, что при этом и не требуются значительных вычислительных ресурсов. Предложенная методика выполнения модельных расчетов может быть применена для проведения экологического мониторинга водных объектов и управления качеством вод.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поздынин В.Д. Мелкомасштабная турбулентность в океане. – М.: Наука, 2002. 202 с.
2. Показеев К.В. Филатов Н.Н. Гидрофизика и экология озер. – М.: МГУ, 2002. 276 с.
3. Burchard H., Bolding K., Villarreal M.R. GOTM – a general ocean turbulence model. Theory, applications and test cases // Tech. Rep. EUR 18745 EN, European Commission, 1999.
4. Fofonoff N.P., Millard R.C. Algorithms for the computation of fundamental properties of seawater // UNESCO technical papers in marine sciences, V. 44, 1983. P. 1 – 53.
5. Cheng Y., Canuto V.M., Howard A.M. An improved model for the turbulent PBL // J. Atmos. Sci., V. 59. 2002. P. 1550 – 1565.
6. Kondo J. Air-sea bulk transfer coefficients in diabatic conditions // Bound. Layer Meteor., V. 9, 1975. P. 91 – 112.
7. Филатов Н.Н. Некоторые особенности турбулентного обмена в озерах // Изменчивость гидрофизических полей в озерах. – Л.: 1978. С. 88 – 116.
8. Румянцев В.А., Дробкова В.Г. Ладожское озеро – прошлое, настоящее, будущее. – СПб.: Наука, 2002. 327 с.



#### ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ДВИЖЕНИЙ НА ВРАЩАЮЩЕМСЯ ПРИТЯГИВАЮЩЕМ СФЕРИЧЕСКОМ ПОЯСЕ

А.В. Спешилова, В.В. Остапенко, А.А. Черевко, А.П. Чупахин  
Институт гидродинамики им. М.А.Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, Россия  
e-mail: ivanovaannav@gmail.com, ostapenko\_vv@ngs.ru, cherevko@hydro.nsc.ru, chupakhin@hydro.nsc.ru

Модель мелкой воды на вращающемся притягивающем сферическом поясе описывает крупномасштабные волновые движения, происходящие в атмосфере и водной оболочке (океане) планет. Эта модель задается гиперболической системой уравнений,