

ФИЗИКА ЗЕМЛИ, АТМОСФЕРЫ И ГИДРОСФЕРЫ

Влияние эффекта Кориолиса на термодинамические процессы в водоеме при развитии термического бараН. С. Блохина^{1,a}, Д. А. Соловьев^{2,b}¹Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра физики моря и вод суши. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.²Институт океанологии имени П. П. Ширшова РАН. Россия, 117997, Москва, Нахимовский пр-т, д. 36. E-mail: ^ablokhina@phys.msu.ru, ^bsolovov@sail.msk.ru

Статья поступила 13.11.2009, подписана в печать 14.01.2010

Построена математическая модель весеннего термического бара. Использована замкнутая система уравнений типа Рейнольдса, построенная на основе нелинейной системы уравнений термогидродинамики с использованием специальной методики выделения крупномасштабных структур в турбулентной среде. Получено численное решение этой системы в водоеме с наклонным дном и показан вклад, вносимый действием силы Кориолиса в термодинамические процессы в водоеме в период существования в нем весеннего термобара.

Ключевые слова: математическое моделирование, эффект Кориолиса, термобар, конвекция, турбулентность, натурные наблюдения.

УДК: 532.529.2:551.481.1. PACS: 92.10.Ei.

Введение

В конце зимы температура воды во многих озерах умеренных широт меньше 4°C , т. е. температуры, при которой плотность пресной воды достигает своего максимального значения. Поскольку поверхностные воды у берега быстрее достигают температуры максимальной плотности, в водоеме возникает горизонтальный градиент давления, приводящий к образованию двух циркуляционных ячеек с зоной схождения вблизи поверхностных вод с температурой около 4°C (рис. 1). Эту зону от поверхности до дна принято называть термическим баром, или сокращенно — термобаром. Термобар препятствует горизонтальному перемешиванию вод между двумя циркуляционными ячейками и проникновению прибрежных загрязнений в центральную часть водоема. По мере прогрева водоема он смещается из прибрежной части водоема к центру и исчезает, когда температура всего водоема становится больше 4°C . Подобное явление может наблюдаться и осенью, когда идет охлаждение поверхностных вод до температуры 4°C . Отметим, что в крупных озерах, где термический бар существует в течение нескольких месяцев,

становится важен эффект, связанный с действием силы Кориолиса, который может оказывать существенное влияние на динамику движения жидкости в водоеме и, следовательно, на возникновение и развитие термобара.

Эффектом вращения Земли для горизонтального масштаба водоема L можно пренебречь, если промежуток времени, требующийся для перемещения жидкой частицы на расстояние L , существенно меньше периода ее вращения. Таким образом, можно предположить, что влияние силы Кориолиса станет существенным при условии: $L/V \gg \Omega^{-1}$, где Ω — угловая скорость вращения Земли, V — средняя скорость конвективных течений. Это условие эквивалентно отношению $V/\Omega L \ll 1$, которое обычно принято обозначать как число Россби–Обухова (Ro). Несложно подсчитать, что минимальный горизонтальный масштаб водоема L , в картине конвективных течений которого будет заметно действие вращения Земли, может составлять величину от полутора километров и более.

С момента обнаружения явления термобара на Женевском озере Форелем в 1880 г. [1] прошло более 60 лет, прежде чем начались систематические исследования этого явления. В первую очередь это натурные наблюдения в Якиманском заливе Ладожского озера, начатые А. И. Тихомировым [2, 3] и продолженные в дальнейшем как российскими, так и зарубежными исследователями на Онежском, Ладожском, Великих, а также на других озерах мира [4–6]. В этих работах приводятся данные по распределению полей температур и скоростей течений в зоне термического фронта, скоростей перемещения термобара. По данным различных авторов получено, что скорость распространения термобара может лежать в интервале от 200 до 1000 м в сутки. Получено, что горизонтальные составляющие скорости течений вблизи фронта по порядку величины близки к значениям 0.01–0.05 м/с. Из анализа базы

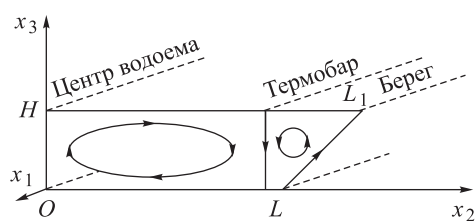


Рис. 1. Схема моделируемого водоема с указанием направления движения линий тока и положения термического бара в начальной фазе его развития. H — глубина водоема, L — ширина по дну, L_1 — ширина по поверхности

данных многолетних наблюдений были получены эмпирические зависимости, связывающие глубину озера H , над которой располагается изотерма 4°C на поверхности воды, с датой наблюдения. Эта эмпирическая формула позволила определить среднее положение весенней термической фронтальной зоны на поверхности Ладожского озера для любой интересующей даты [6]. Были получены формулы для расчета скорости распространения термобара с учетом вертикального потока тепла на водную поверхность [7] и обогревающего действия теплой прибрежной зоны [8]. Однако во всех работах, связанных с натурными исследованиями, не обсуждаются особенности течений, вызванных влиянием силы Кориолиса. На этот вопрос также не могут ответить исследования по лабораторному моделированию термобара в связи с ограниченностью размеров лабораторной установки. Лишь теоретические исследования могут указать на особенности течений при учете силы Кориолиса в уравнениях гидродинамики.

Все ранее выполненные работы по теоретическому исследованию явления термического бара можно разделить на две категории. Исследования, относимые нами к первой категории, сконцентрированы на предсказании распространения термического бара и основаны на моделях баланса тепла [2, 9, 10], которые также не учитывают особенностей влияния геострофических эффектов. Вторая категория исследований — математическое моделирование. В этих исследованиях можно получать подробные поля распределения температур, скоростей течений в водоемах различных размеров без учета и с учетом в уравнениях термогидродинамики силы Кориолиса и проводить сравнение результатов моделирования. Среди наиболее известных работ, в которых в уравнениях переноса импульса учитывались геострофические эффекты, можно выделить [10–13]. Однако в этих работах основное внимание сосредоточено на анализе течений, наблюдаемых на ограниченном участке водоема около термического бара. В них не исследуется влияние силы Кориолиса на течения в водоеме на протяжении всего времени развития термического фронта и не производится сравнение с результатами расчетов в случае неучета геострофических эффектов.

Цель настоящей работы состоит в том, чтобы методом численного моделирования оценить термогидродинамические эффекты, происходящие в пресных водоемах больших размеров в период возникновения и всего времени развития в них термобара, связанные с учетом силы Кориолиса в уравнениях переноса импульса.

Постановка задачи

В работе рассматривается движение жидкости в области, соответствующей половине водоема с наклонным правым берегом. Форма области вытянута вдоль x_2 и бесконечна вдоль оси x_1 . Задача решается в системе координат Ox_1, Ox_2, Ox_3 (рис. 1). За начало отсчета принимается левый нижний угол.

Для описания термогидродинамических процессов в вязкой несжимаемой жидкости используется система уравнений Навье–Стокса в приближении Буссинеска, уравнение теплопроводности, неразрывности и уравнение состояния для пресной воды в области температуры

аномальной плотности

$$\rho(T) = \rho_0(1 - \gamma(T - 4^\circ\text{C})^2). \quad (1)$$

Здесь T — температура, ρ и ρ_0 — плотность воды при температуре T и 4°C соответственно, $\gamma = 0.000085$ град $^{-2}$.

Считается, что вдоль оси x_1 движение однородно, а крупномасштабные конвективные структуры, возникающие справа и слева от термобара, формируются в турбулентной среде. Для выделения крупномасштабных структур в турбулентной среде система уравнения термогидродинамики преобразуется согласно методике, предложенной в работе [14]. В результате получаются системы уравнений для конвективных упорядоченных структур и мелкомасштабной составляющей потока. Система уравнений для мелкомасштабной составляющей не решается, а для замыкания первой системы уравнений вводится коэффициент турбулентной вязкости ν_T , постоянный во всей исследуемой области, но изменяющийся по времени и вычисляемый в ходе решения задачи исходя из интенсивности движения (см. ниже уравнение (6)). Подробно вывод окончательной системы уравнений и уравнения замыкания дан в работе [15]. При этом учитывалась однородность движения вдоль оси x_1 , что позволило записать исходную систему уравнений в переменных функции тока ψ и вихря φ .

С учетом сделанных предположений система уравнений термогидродинамики и уравнение замыкания в безразмерной форме, записанные в переменных ψ , φ , T и U_1 , приобретают вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_1}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial x_3} \frac{\partial U_1}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \frac{\partial U_1}{\partial x_3} - 2 \frac{\partial \psi}{\partial x_3} \Omega \sin \alpha = \\ = \mu \left(\frac{\partial^2 U_1}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_3^2} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_3} \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \frac{\partial \varphi}{\partial x_3} \right) + 2 \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \Omega \sin \alpha = \\ = \mu \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_3^2} \right) - 2(T - T_4) \frac{\partial T}{\partial x_2}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_3} \frac{\partial T}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \frac{\partial T}{\partial x_3} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_3^2} \right), \quad (4)$$

$$\Delta \psi = \varphi, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mu^2 = \left(\frac{\nu_T}{H \sqrt{gH}} \right)^2 = \frac{c^3}{s} \int \left[4 \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2 \partial x_3} \right)^2 + \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2^2} \right)^2 ds - (T - T_4) \frac{\partial T}{\partial x_3} \right] ds, \end{aligned} \quad (6)$$

где U_1 — скорость движения воды вдоль координаты x_1 , α — географическая широта. Здесь $\mu = \nu_T / H \sqrt{gH}$ — безразмерный коэффициент турбулентной вязкости, T_4 — безразмерное значение температуры максимальной плотности пресной воды. При обезразмеривании уравнений в качестве масштаба приняты: для расстояний — глубина водоема H , для температуры — $\sqrt{1/\gamma}$, для скорости — \sqrt{gH} , для времени — $\sqrt{H/g}$.

На верхней границе моделируемого водоема ($x_3 = H$) для скоростей задаются условия, соответствующие свободной границе, и постоянный во времени и акватории водоема балансовый радиационный поток тепла Q , прогревающий поверхностные воды. На дне ($x_3 = 0$) водоема и правой наклонной ($x_2 = LL_1$) боковой границе задаются условия прилипания и непроницаемости для скорости и потока тепла, соответствующие потокам в весенний период, полученным из натуральных наблюдений. На левой ($x_2 = 0$) границе области задается условие симметрии для всех переменных. В начальный момент времени движение жидкости в водоеме отсутствует и температура на поверхности воды задается меньше 4°C .

Уравнения (2)–(5) вместе с уравнением замыкания (6), граничными и начальными условиями образуют замкнутую систему уравнений для моделирования динамики конвективного движения водных масс в водоеме в период развития в нем термобара. Рассматривается водоем в северном полушарии Земли на географической

широте $\alpha = 60^\circ$. Половина моделируемого водоема имеет длину $L_1 = 8880$ км. Максимальная глубина водоема H равна 150 м. Балансовый поток тепла, поступающий на поверхность воды, $Q = 210$ Вт/м².

Для решения полученной системы уравнений используется неявная абсолютно устойчивая конечно-разностная схема. Задача решается с помощью метода чередующихся направлений на пространственной сетке, содержащей 1649 узлов с безразмерным шагом по времени $\tau = 4$. Для аппроксимации и вычисления граничных условий для функций ψ и φ используется подход, предложенный в [16].

Результаты математического моделирования

Опишем динамику развития термического бара. На рис. 2 представлены поля распределения температуры T (а) и функции тока ψ (б) с шагом по времени $\Delta t = 7.25$ сут. Кривые, изображенные пунктирной и сплошной линией, отражают случаи, когда сила Кориолиса не действует ($\Omega = 0$) и действует соответ-

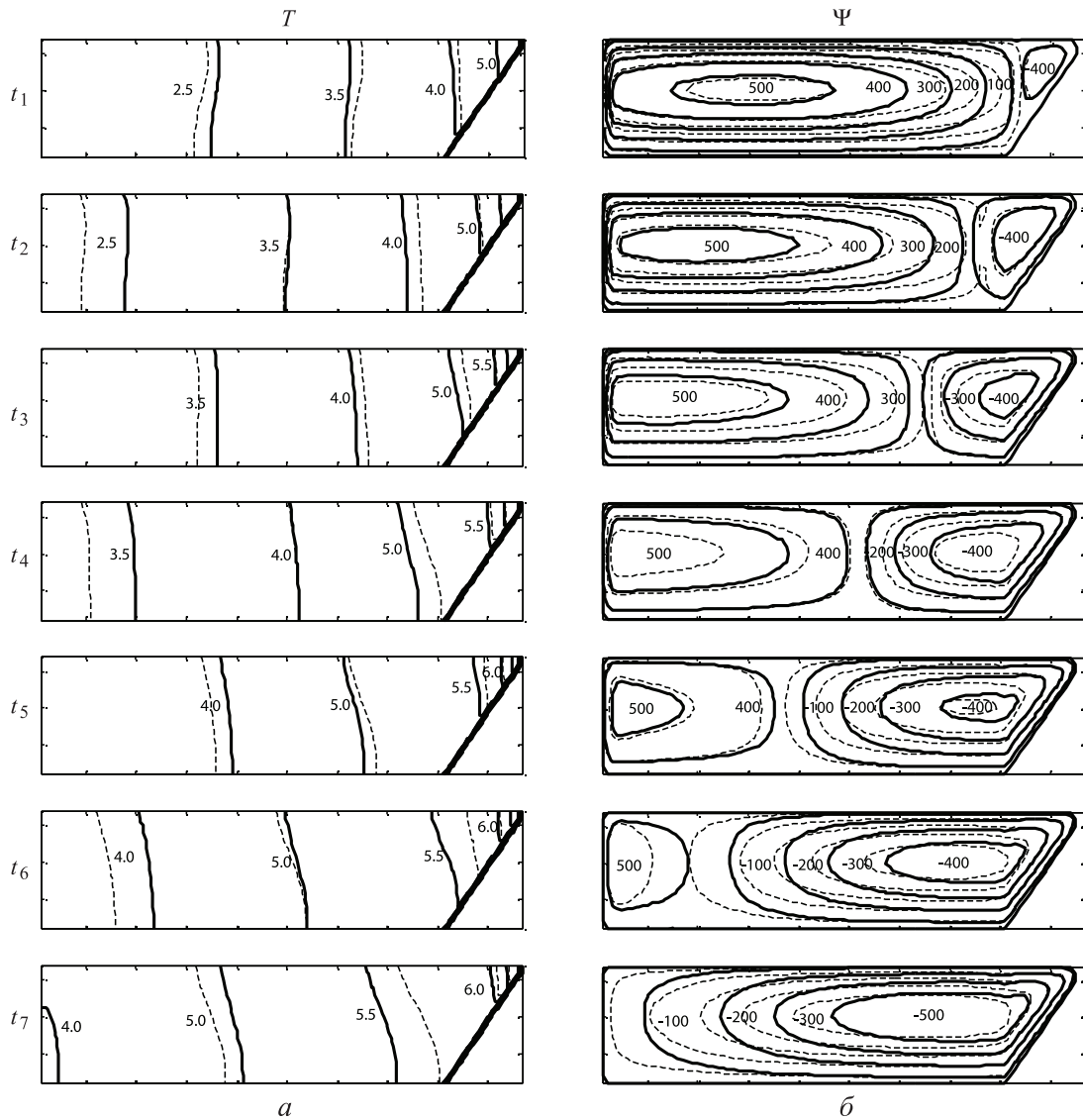


Рис. 2. Поля распределения температуры T (а) и функции тока ψ (б) в плоскости (x_2, x_3) с шагом по времени $t = 7.25$ сут. Пунктирные линии — сила Кориолиса не действует ($\Omega = 0$), сплошные линии — сила Кориолиса действует

ственно. Приток тепла к воде приводит к тому, что поверхностные воды вблизи берега достигают температуры максимальной плотности (4°C). Начинается формирование фронтального раздела — термического бара. В этой области происходит опускание теплых поверхностных вод, инициирующее нисходящее течение в узкой полосе от поверхности до дна водоема. Одновременно в центральной области водоема идет подъем холодных глубинных вод, которые, нагреваясь, смещаются к температурному фронту с водами максимальной плотности (рис. 2, t_1). Таким образом, водоем оказывается разделенным на две области, между которыми отсутствует горизонтальный обмен вод. Фронт термического бара, расположенный, как правило, параллельно береговой линии, постепенно движется к центру озера (рис. 2, $t_1 - t_6$). В прибрежной ячейке наблюдается движение жидкости против часовой стрелки, а в глубинной — по часовой стрелке. В начале прогрева водоема глубинный конвективный вихрь охватывает весь водоем. По мере прогрева поверхности водоема скорость циркуляции жидкости в глубинной ячейке снижается. Одновременно с этим глубинная ячейка уменьшается, а прибрежная, напротив, увеличивается в размере, замещая собой глубинную циркуляцию. Скорость циркуляции вод в прибрежной ячейке растет по мере поступления тепла на поверхность водоема. Термический бар исчезает (рис. 2, t_7), когда температура всей акватории водоема становится больше 4°C . При этом прибрежная ячейка занимает всю область от правого берега до центра водоема. Анализ продвижения термического бара в моделируемом водоеме показал, что от времени возникновения термического фронта до его исчезновения прошло 57.3 сут, а средняя скорость движения изотермы 4°C равна 155 м/сут. Полученные значения качественно совпадают с данными натурных наблюдений на различных водоемах [6, 7, 10]: для скорости 200–1000 м/сут и времени прохождения термобара 1–3 мес. Из рис. 2 видно, что действие силы Кориолиса в моделируемом водоеме приводит к заметному замедлению процесса развития термобара во времени и термический бар наблюдается на несколько суток дольше. Здесь следует учесть, что прогрев водоема идет в течение полных суток, т.е. без учета суточного изменения теплового баланса, поэтому значение времени жизни термобара занижено примерно в два раза. Оценка средних скоростей движения жидкости в водоеме за время существования термического бара представлена в таблице, где обращает на себя внимание уменьшение средней горизонтальной скорости циркуляции жидкости U_2 в водоеме примерно на 20% ($\Omega \neq 0$).

Значение средних скоростей движения жидкости в водоеме за время существования термического бара

U_i , м/с, $\times 10^{-3}$	$\Omega = 0$	$\Omega \neq 0$
U_1	—	6.5
U_2	1.2	0.9
U_3	13.0	10.0

Остановимся на рассмотрении эффекта влияния силы Кориолиса на скорость распространения термического бара при его перемещении от правого наклонного берега к центру водоема. Пространственное распределе-

ние величины и направления скорости циркуляции в исследуемом водоеме с шагом по времени $\Delta t = 14.5$ сут (с учетом силы Кориолиса) построено на рис. 3. Здесь хорошо заметно отклонение вправо векторов скорости движения жидкости от направления прямолинейного движения (в случае $\Omega = 0$). Видно, что угол отклонения вектора скорости на поверхности водоема может достигать 10° , что говорит о выборе модельного водоема достаточного размера, чтобы изучать геострофические эффекты.

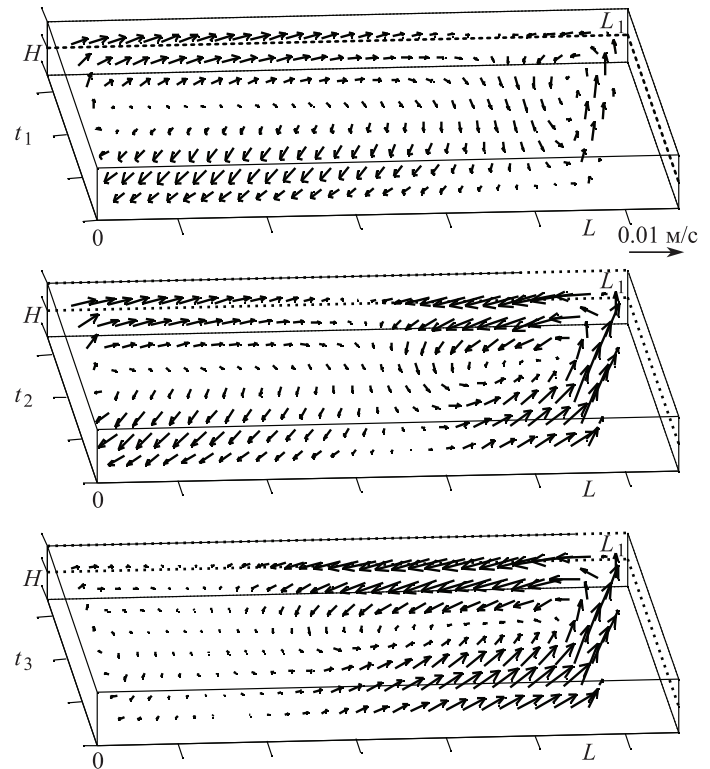


Рис. 3. Поля распределения скорости течения воды $U(x_1, x_2, x_3)$ в моделируемом водоеме с шагом по времени $t = 14.5$ сут при учете силы Кориолиса в уравнениях гидродинамики

На начальном этапе прогрева водоема изотерма 4°C , обозначенная сплошной линией (рис. 2, $t_1 - t_3$), быстрее движется вдоль оси x_2 к центру моделируемого водоема, чем изотерма 4°C , обозначенная пунктирной линией, т.е. скорость смещения термического бара с учетом силы Кориолиса несколько больше. Это отражено на графиках зависимости числа Россби–Обухова ($Ro = V/\Omega L$) от времени прогрева водоема (рис. 4). Увеличение скорости перемещения термобара под действием силы Кориолиса со временем связано с уменьшением средней скорости циркуляции жидкости в глубинной циркуляционной ячейке, имеющей большую протяженность на начальном этапе формирования термического бара (рис. 4). Когда термический бар проходит половину расстояния до центра водоема (рис. 2, t_4), размеры ячеек близки и средняя скорость циркуляции жидкости в обеих ячейках становится одного порядка (рис. 4, $t \approx 29$ сут). Затем скорость продвижения термического бара в случае действия силы Кориолиса становится заметно меньше (рис. 2, $t_5 - t_7$). Это связано с меньшей

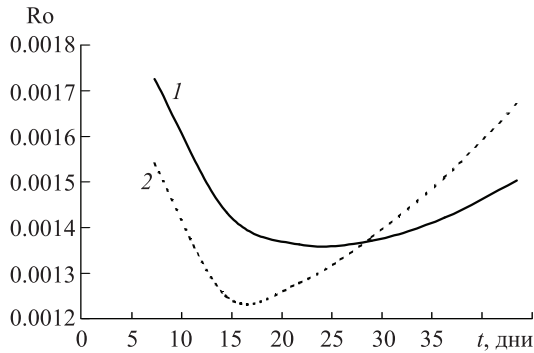


Рис. 4. Зависимость числа Россби–Обухова от времени прогрева водоема. Пунктирная линия — сила Кориолиса не действует ($\Omega = 0$), сплошная линия — сила Кориолиса действует

средней скоростью циркуляции жидкости в прибрежной циркуляционной ячейке, охватывающей весь моделируемый водоем (рис. 4).

Выводы

Оценки, полученные при численном моделировании, несмотря на значительные упрощения, оказались достаточно близки к данным натурных наблюдений [6, 7, 10].

Анализ результатов численного счета позволил выделить два этапа в общей картине конвективных движений в водоеме. На начальном этапе прогрева водоема под действием силы Кориолиса происходит ускорение смещения термобара к центру водоема, а на конечном этапе его развития — незначительное замедление. Такой характер движения, очевидно, вызван разным размером областей с водами, охваченными конвективными циркуляциями в глубоководных и мелководных областях моделируемого водоема в разные моменты времени.

Учет эффекта Кориолиса при математическом моделировании способствовал снижению средней горизонтальной скорости циркуляции жидкости в обеих цир-

куляционных ячейках примерно на 20% и продлению времени существования термобара в водоеме приблизительно на 5%.

Полученные результаты указывают на заметное влияние геострофических эффектов в протяженных водоемах на динамику конвективных течений, формирование и развитие термобара, что указывает на важность учета силы Кориолиса в уравнениях гидродинамики при проведении математического моделирования.

Список литературы

1. Форель Ф.А. Руководство по озераведению (общая лимнология). СПб., 1912.
2. Тихомиров А.И. // Изв. Всесоюз. геогр. об-ва. 1959. **91**, № 5. С. 424.
3. Тихомиров А.И. // Изв. Всесоюз. геогр. об-ва. 1963. **95**, № 2. С. 134.
4. Rodgers G.K. // Proc. 11th Conf. Great Lakes Res. Internat., Wisconsin, April 18–20, 1968. P. 942.
5. Hubbard D.W., Spain I.D. // Proc. 16th Conf. on Great Lakes Res., Ann Arbor, Michigan, 1973. P. 735.
6. Науменко М.А., Каретников С.Г. // Метеорология и гидрология. 1998. № 4. С. 107.
7. Тихомиров А.И. Термина крупных озер. Л., 1982.
8. Зилитинкевич С.С., Терзевик А.Ю. // Океанология. 1987. **27**, № 5. С. 732.
9. Zilitinkevich, S.S., Kreiman K.D., Terzhivik A.Y. // J. Fluid Mech. 1992. **236**. P. 27.
10. Malm J., Jonsson L. // Remote Sens. Environ. 1994. **48**. P. 332.
11. Huang J.C.K. // Geophys. Fluid Dyn. 1972. **3**. P. 1.
12. Farrow D.E. // J. Fluid Mech. 1995. **289**. P. 129.
13. Farrow D.E. // J. Fluid Mech. 1995. **303**. P. 279.
14. Ковалев В.А., Орданович А.Е. Физико-математическая модель турбулентного горизонтального стратифицированного потока с учетом когерентных структур. Ч. 1. Построение модели. М.: Деп. ВИНТИ. 1981. № 2771-81.
15. Блохина Н.С., Овчинникова А.В., Орданович А.Е. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2002. № 2. С. 60.
16. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М., 1980.

The influence of the Coriolis effect on thermodynamic processes in a water reservoir during the development of a thermal bar

N. S. Blokhina^{1,a}, D. A. Solov'ev^{2,b}

¹Department of Sea and Inland Water Physics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

²Sea-Air Interaction and Climate Laboratory, P.P. Shirshov Institute of Oceanology of Russian Academy of Sciences, Moscow 117858, Russia.

E-mail: ^ablokhina@phys.msu.ru, ^bsolovev@sail.msk.ru.

A mathematical model of a springtime thermal bar is constructed. A closed system of Reynolds-type equations is used based on a nonlinear system of thermohydrodynamic equations with the use of a special method of extracting the large-scale structures in a turbulent medium. A numerical solution of the system in a water reservoir with an inclined bottom is obtained; the contribution introduced by the Coriolis force into thermodynamic processes in a water reservoir in the period of existence of a springtime thermal bar is demonstrated.

Keywords: mathematical modeling, the Coriolis effect, thermal bar, convection, turbulence, field observations, thermodynamics and hydrodynamics.

PACS: 92.10.Ei.

Received 13 November 2009.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 3(2010).

Сведения об авторах

1. Блохина Наталья Сергеевна — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., ст. науч. сотр.; тел.: (495) 939-36-98, e-mail: blokhina@phys.msu.ru.
2. Соловьев Дмитрий Александрович — канд. физ.-мат. наук, науч. сотр.; тел.: (499) 124-59-96, e-mail: solovev@sail.msk.ru.